ECOLE NATIONALE D'INGENIEURS DE TUNIS

# EXAMEN

Date : 26/05/2017 ! Heure : 08h30 ! Durée : 2h00

MATIERE : MECANIQUE DES FLUIDES

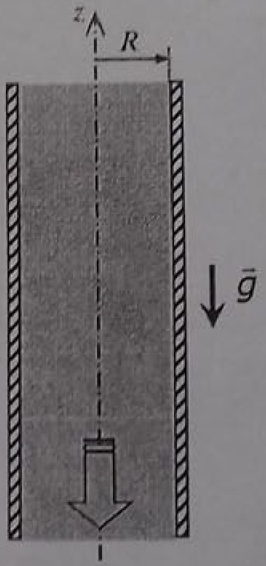
ENSEIGNANTS : Ghazi BELLAKHAL et Hatem KANFOUDI

CLASSES : 1ère GC - 1ère GI - 1ère MINDS

Documents : NON AUTORISES — Nombre de Pages = 3

## EXERCICE I :

On considère une conduite cylindrique de rayon R, disposée verticalement et dans laquelle s'écoule de haut en bas un liquide newtonien incompressible de masse volumique $\rho$ et de viscosité dynamique $\mu$. On supposera que la pression à l'entrée est identique à celle en sortie. L'écoulement sera considéré stationnaire axisymétrique et parallèle.

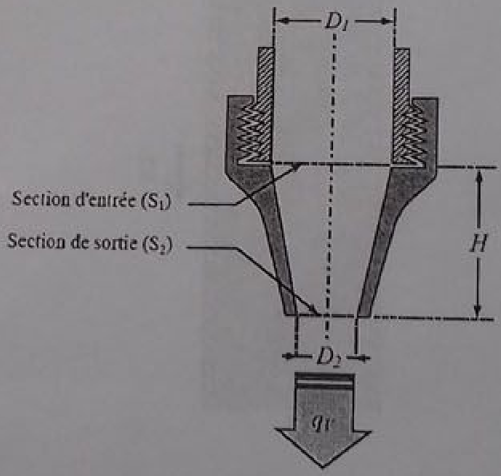


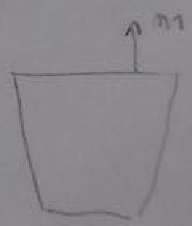

1. Montrer que le champ de vitesse pour cet écoulement s'écrit : $\vec{V} = v_z(r)\,\vec{e}_z$
2. Établir les projections des équations de Navier-Stokes en coordonnées cylindriques compte tenu des symétries de l'écoulement.
3. Montrer que la pression est uniforme dans toute la conduite
4. Donner l'expression analytique du profil de vitesse $v_z(r)$
5. Exprimer le débit volumique ainsi que la vitesse moyenne de l'écoulement.

6. Si l'on dispose d'une conduite de rayon R=1 mm, quelle viscosité cinématique $\nu = \dfrac{\mu}{\rho}$ minimale doit avoir le fluide pour que l'hypothèse d'un écoulement laminaire soit valide. Suggérer un fluide correspondant.
7. Déterminer le taux de cisaillement $\tau$ à la paroi. En déduire la force de cisaillement sur un tronçon de la conduite de hauteur H
8. Retrouver ce résultat à partir d'un bilan global de quantité de mouvement

<u>EXERCICE II</u> :

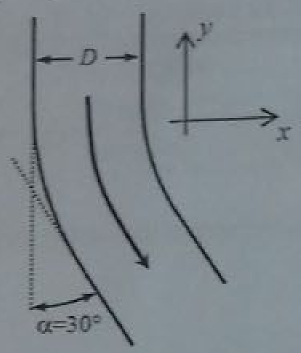
Déterminer la force nécessaire pour maintenir en place l'embout conique d'un robinet quand le débit d'eau est de $Q_v$ = 0.6 l/s (voir figure). La masse de l'embout est de M = 0.1 kg ; ses diamètres d'entrée et de sortie sont respectivement de 16 mm et 5 mm. L'axe de l'embout est vertical et la distance axiale entre les sections d'entrée et de sortie vaut H = 30 mm. On donne la pression de l'eau à l'entrée : 464 kPa



<u>EXERCICE III</u> :

Une conduite cylindrique horizontale, de diamètre constant D = 1 m, présente un coude de 30° (voir figure). Le volume de ce coude est de $V_0$ = 1.2 m$^3$, et son poids (à vide) vaut $P_0$ = 4 kN. Le liquide qui y est transporté est de densité d = 0.94, et le débit volumique de $Q_v$ = 2 m$^3$.s$^{-1}$. La pression du liquide à l'intérieur du coude étant supposée constante et égale à 75 kPa, déterminer la force nécessaire pour maintenir le coude en place.




---

## Equations de Navier-Stockes

Conservation de la masse :

$$\frac{1}{r}\frac{\partial(r\,v_r)}{\partial r} + \frac{1}{r}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0$$

Conservation de la quantité de mouvement :

- Projection sur $(O,e_r)$ :

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} + \left(v_r\frac{\partial v_r}{\partial r} + \frac{1}{r}v_\theta\frac{\partial v_r}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_r}{\partial z} - \frac{1}{r}v_\theta^2\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial r} + \nu\left(\Delta v_r - \frac{v_r}{r^2} - \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta}\right) + g_r$$

- Projection sur $(O,e_\theta)$ :

$$\frac{\partial v_\theta}{\partial t} + \left(v_r\frac{\partial v_\theta}{\partial r} + \frac{1}{r}v_\theta\frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_\theta}{\partial z} - \frac{1}{r}v_r v_\theta\right) = -\frac{1}{\rho r}\frac{\partial p}{\partial \theta} + \nu\left(\Delta v_\theta - \frac{v_\theta}{r^2} + \frac{2}{r^2}\frac{\partial v_r}{\partial \theta}\right) + g_\theta$$

- Projection sur $(O,e_z)$ :

$$\frac{\partial v_z}{\partial t} + \left(v_r\frac{\partial v_z}{\partial r} + \frac{1}{r}v_\theta\frac{\partial v_z}{\partial \theta} + v_z\frac{\partial v_z}{\partial z}\right) = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} + \nu\Delta v_z + g_z$$

Avec

$$\Delta\varphi = \nabla\cdot(\nabla\varphi) = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial \varphi}{\partial r}\right) + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\varphi}{\partial\theta^2} + \frac{\partial^2\varphi}{\partial z^2}$$